Лабораторная работа 1.15.

ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Ю.Н. Епифанов, А.А. Задерновский

Цель работы: изучить закономерности движения физического маятника.

Задание: измерить период колебаний физического маятника в зависимости от положения его центра инерции относительно точки подвеса и на основе полученных данных определить ускорение свободного падения.

Подготовка к выполнению работы: изучить понятие физического маятника, вывод формулы для периода его колебаний, изучить понятие момента инерции и теорему Штейнера, ознакомиться с описанием установки и метода измерений.

Библиографический список

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5 т. Том 1. Механика. – М.: Физматлит, 2005, §§ 41, 60.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2006, §§ 23, 142.

Контрольные вопросы

1. Что называют гармоническим колебанием? Что называют амплитудой, периодом, частотой, фазой колебаний?
2. Что называют математическим маятником?
3. Что называют физическим маятником?
4. Что такое приведенная длина физического маятника?
5. Получите формулу для приведенной длины физического маятника, используемого в работе. Чему равна минимальная приведенная длина этого маятника?
6. Нарисуйте примерный график зависимости периода колебаний физического маятника $T_ф$ от a. При каком a этот период минимален?
7. Сформулируйте теорему Штейнера.
8. Как связаны ускорение свободного падения g, масса M и радиус R Земли?
9. Почему измеряемое ускорение g зависит от широты места и от

высоты над уровнем моря?

10. Расскажите порядок выполнения работы.
11. Почему отклонения маятника от положения равновесия в данной работе не должны превышать 5-7°? Что изменится, если они будут порядка 50-60°?

Теоретическое введение

На рис. 1 схематически изображен физический маятник, совершающий малые колебания в гравитационном поле Земли относительно оси, проходящей через точку подвеса О. Как известно, период колебаний физического маятника $T_ф$ определяется по формуле

$$T_ф = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}, \qquad (1)$$

где J - момент инерции маятника относительно оси подвеса; m - масса маятника; a - расстояние между осью вращения О и центром масс С маятника; g - ускорение свободного падения.

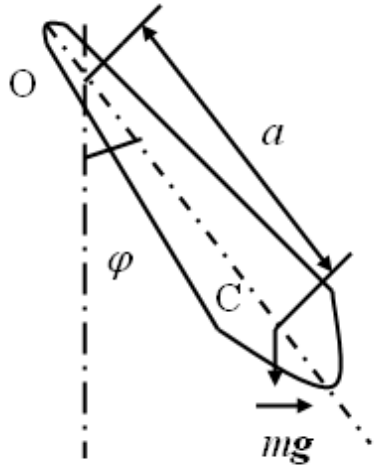

Рис. 1

Сравнивая этот период с периодом малых колебаний математического маятника

$$T_м = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

можно заключить, что математический маятник с длиной

$$l = l_{пр} = \frac{J}{ma} \qquad (2)$$

будет иметь такой же период колебаний, как и данный физический

маятник. Величину $l_{пр}$ называют **приведенной длиной физического маятника.**

По теореме Штейнера момент инерции J может быть представлен в виде

$$J = J_0 + ma^2, \tag{3}$$

где J_0 –момент инерции относительно оси, параллельной оси подвеса и проходящей через центр масс физического маятника. С учетом (3) для $l_{пр}$ получим

$$l_{пр} = \frac{J_0}{ma} + a \quad , \tag{4}$$

Из (1) и (3) следует, что период колебаний физического маятника $T_ф$ зависит от a, причем при некотором значении $a = a_{мин}$ он имеет минимальное значение. Исследование функции $T_ф(a)$ на минимум дает

$$a_{мин} = \sqrt{\frac{J_0}{m}}. \tag{5}$$

Решая квадратное уравнение (4) относительно a, получим

$$a_{1,2} = \frac{l_{пр}}{2} \pm \sqrt{\frac{l_{пр}^{\ 2}}{4} - \frac{J_0}{m}} \quad , \tag{6}$$

т.е. одна и та же приведенная длина $l_{пр}$ и, следовательно, один и тот же период колебаний $T_ф$ (1) могут быть получены при двух разных положениях оси подвеса. При этом

$$a_1 + a_2 = l_{пр}, \qquad a_1 a_2 = \frac{J_0}{m}. \tag{7}$$

Описание аппаратуры и метода измерений

Физическим маятником в данной работе служит отрезок стальной трубы длиной L около метра. Такой маятник, в пределах точности измерений его длины, можно считать тонким однородным стержнем с моментом инерции $J_0 = (1/12)mL^2$. Труба опирается с помощью скользящей по ней муфты (масса которой значительно меньше массы трубы) на призмы кронштейна, укрепленного в стене. Маятник может совершать колебания относительно оси О, проходящей через ребра опорных призм. Трение в оси мало и позволяет без заметного затухания наблюдать большое число колебаний. При наличии экспериментально полученной зависимости периода колебаний $T_ф$ от расстояния a до центра масс маятника от оси подвеса, можно для каждого значения $T_ф$

найти такие a_1 и a_2, что $T_ф(a_1) = T_ф(a_2)$. Далее, в соответствии с (1), (2), (7), можно рассчитать ускорение свободного падения по следующей формуле

$$g = 4\pi^2 T_ф^{-2}(a_1 + a_2) \qquad (8)$$

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с установкой и описанием работы. Получить необходимые принадлежности.
2. Измерить линейкой длину трубы L. Записать данные в отчет.
3. Закрепить муфту в некотором положении у края трубы. Измерить линейкой расстояние a между серединой трубы и линией опоры муфты (осью О). Результаты занести в таблицу 1.
4. Установить маятник так, чтобы вырезы разместились симметрично на призмах кронштейна.
5. Отклонить стержень от вертикали не более, чем на 5-7° и отпустить. Измерить время t для N = 10-20 полных колебаний маятника и занести данные в таблицу 1. Повторить опыт 3 раза.
6. Повторить опыт в пп. 3-5 еще 8-10 раз, равномерно смещая муфту к центру тяжести маятника. При этом достаточно изменять a в пределах от 15 до 45 см.

Обработка результатов измерений

1. Результаты измерений оформить в виде таблицы 1

Таблица 1.

№	a, см	N	t_1, с	t_2, с	t_3, с	$t_{ср}$, с	$T_ф$, с
1							
2							
3							
4							

2. Вычислить $T_ф = t_{ср}/N$ и результат занести в таблицу.

3. Для одного из значений a рассчитать случайную погрешность измерения времени по формуле

$$\Delta t = \alpha_{n,p}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}\ , \qquad (9)$$

где коэффициент Стьюдента $\alpha_{n,p}$ зависит от числа измерений n и доверительной вероятности p (например, для n =3 и p =0,7 коэффициент $\alpha_{n,p}$ = 1,4). Погрешность определения периода колебаний равна $\Delta T = \Delta t/N$, где N - число колебаний.

4. Построить график зависимости $T_ф$ от a с учетом погрешностей в определении этих величин.
5. Определить по графику минимальное значение $T_ф$ и соответствующее ему $a_{мин}$. Сравнить $a_{мин}$ с его теоретическим значением (5), рассчитанным по измеренной длине L.
6. Для нескольких (от 3 до 5) значений $T_ф$ определить по графику соответствующие значения a_1 и a_2, а затем по формуле (8) рассчитать g.
7. Оценить погрешность определения g по формуле

$$\frac{\Delta g}{g} = 2\frac{\Delta T_ф}{T_ф} + \frac{2\Delta a}{a_1 + a_2} \qquad (10)$$

8. Записать окончательный результат в виде

$$g = (g_{ср} \pm \Delta g)\ м/с^2$$